

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ-ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΦ' ΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

A1. Αν διπλασιάσουμε την συχνότητα περιστροφής ενός τετράγωνου αγωγίμου πλαισίου που στρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του:

- α) υποδιπλασιάζεται
- β) διπλασιάζεται
- γ) τετραπλασιάζεται
- δ) παραμένει σταθερό

A2. Στις περιοχές μιας οριζόντιας φλέβας ενός ιδανικού ρευστού, όπου οι ρευματικές γραμμές είναι πιο πυκνές, η ταχύτητα ροής του ρευστού:

- α) παραμένει σταθερή και η πίεση μειώνεται
- β) παραμένει σταθερή και η πίεση αυξάνεται
- γ) αυξάνεται και η πίεση μειώνεται
- δ) μειώνεται και η πίεση αυξάνεται

A3. Ιδανικό σύστημα ελατήριο-μάζα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας f και πλάτους A . Διπλασιάζοντας το πλάτος της ταλάντωσης, η συχνότητα της είναι:

- α) f
- β) $2f$
- γ) $4f$
- δ) $f/2$

A4. Δύο δυνάμεις με ίδια μέτρα αποτελούν ζεύγος δυνάμεων όταν τα διανύσματά τους:

- α) βρίσκονται σε παράλληλους φορείς και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις
- β) βρίσκονται στον ίδιο φορέα και έχουν ίδιες κατευθύνσεις
- γ) έχουν κάθετους φορείς
- δ) βρίσκονται σε κάθετους φορείς και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις

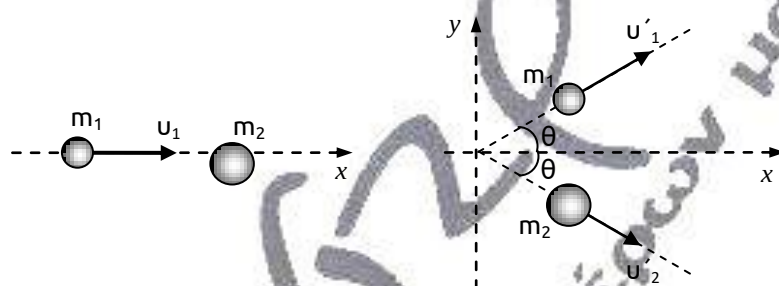
A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα **Σ**, αν είναι σωστές, και με το γράμμα **Λ**, αν είναι λανθασμένες.

- α) Στερεό το οποίο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από ακλόνητο άξονα, λέμε ότι ισορροπεί.
- β) Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, η μείωση της σταθεράς απόσβεσης συνεπάγεται αύξηση του ρυθμού με τον οποίο ελαττώνεται το πλάτος.
- γ) Μια κρούση ονομάζεται πλάγια όταν η γωνία που σχηματίζουν οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων είναι διάφορη των 0° και 180° .

- δ) Το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ένας κυκλικός ρευματοφόρος αγωγός στο κέντρο του είναι αντιστρόφως ανάλογο της έντασης του ρεύματος που τον διαρρέει.
- ε) Σε κάθε σημείο των ρευματικών γραμμών ενός ιδανικού ρευστού, το διάνυσμα της ταχύτητας των μορίων του ρευστού είναι κάθετο σε αυτές.

ΘΕΜΑ Β

- B1.** Σφαίρα A μάζας $m_1=m$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται έκκεντρα με ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2=2m$. Μετά την κρούση, οι δύο σφαίρες κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις που σχηματίζουν την ίδια γωνία $\theta=30^\circ$ με την αρχική διεύθυνση της σφαίρας A, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο λόγος της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας A που μεταφέρθηκε στη σφαίρα B κατά την κρούση ισούται με:

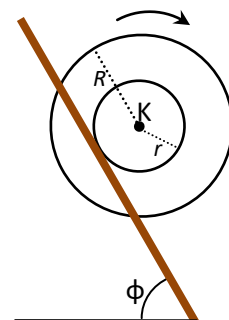
- i. $1/6$ ii. $1/3$ iii. $1/2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

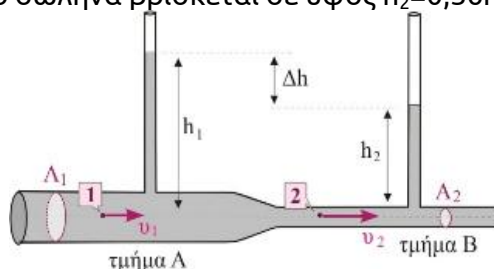
- B2.** Στο σχήμα φαίνεται η τομή ενός στερεού σώματος (καρούλι) που αποτελείται από δύο δίσκους ακτίνας R ο καθένας και έναν κύλινδρο με ακτίνα $r = \frac{R}{2}$, ο οποίος ενώνει τους δύο δίσκους. Τα κέντρα των δύο δίσκων βρίσκονται πάνω στον άξονα του κυλίνδρου. Ο κύλινδρος του καρουλιού κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε κεκλιμένη ακλόνητη δοκό, που σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία $\phi=60^\circ$. Κάποια στιγμή, το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας K του στερεού είναι u_{cm} . Έστω A, B τα σημεία των δίσκων και του κυλίνδρου αντίστοιχα που απέχουν την μέγιστη απόσταση από το οριζόντιο δάπεδο εκείνη τη στιγμή. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων A και B ισούται με:

- i. $2\sqrt{\frac{3}{7}}$ ii. $\sqrt{\frac{7}{3}}$ iii. $\sqrt{\frac{3}{7}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- B3.** Το ροόμετρο Venturi του σχήματος, αποτελείται από έναν οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα μεταβλητής διατομής που διαρρέεται από νερό πυκνότητας ρ . Το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό. Στα δύο μέρη του έχει διαφορετικές διατομές A_1 και $A_2=2A_1$, αντίστοιχα. Οι δύο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοικτοί. Όταν στο σημείο 1 η ταχύτητα του νερού είναι u_1 , το νερό στον πρώτο κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος h_1 ενώ στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα βρίσκεται σε ύψος $h_2=0,36h_1$.



Μεταβάλλουμε την αρχική παροχή του σωλήνα με τέτοιο τρόπο ώστε η ταχύτητα u_2 του νερού στο δεύτερο κομμάτι του οριζόντιου σωλήνα (σημείο 2) να παίρνει μια οριακή τιμή για την οποία μόλις που δεν εισέρχεται αέρας στο ροόμετρο από τον δεύτερο σωλήνα, ενώ στον πρώτο σωλήνα το νερό παραμένει σε ύψος h_1 .

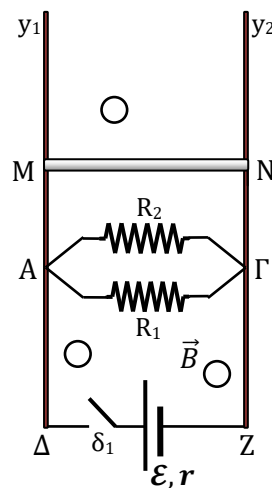
Στην περίπτωση αυτή, η ταχύτητα του νερού στο σημείο 1 μεταβάλλεται κατά:

- i. 25% ii. 60% iii. 80%

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ Γ

Τα άκρα Δ και Ζ δυο κατακόρυφων λείων συρμάτων Δy_1 και $Z y_2$ που έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση και μεγάλο μήκος, είναι συνδεδεμένα μέσω διακόπτη δ_1 με ηλεκτρική πηγή που έχει ΗΕΔ $E=60V$ και εσωτερική αντίσταση $r=3\Omega$. Στα σημεία Α και Γ είναι συνδεδεμένες παράλληλα δυο αντιστάσεις $R_1=10\Omega$ και $R_2=15\Omega$. Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο που είναι κάθετο στον αγωγό ΜΝ μάζας $m=2kg$, αντίστασης $R=6\Omega$ και μήκους $\ell=1m$. Αρχικά ο διακόπτης είναι κλειστός και η ράβδος ΜΝ ισορροπεί.



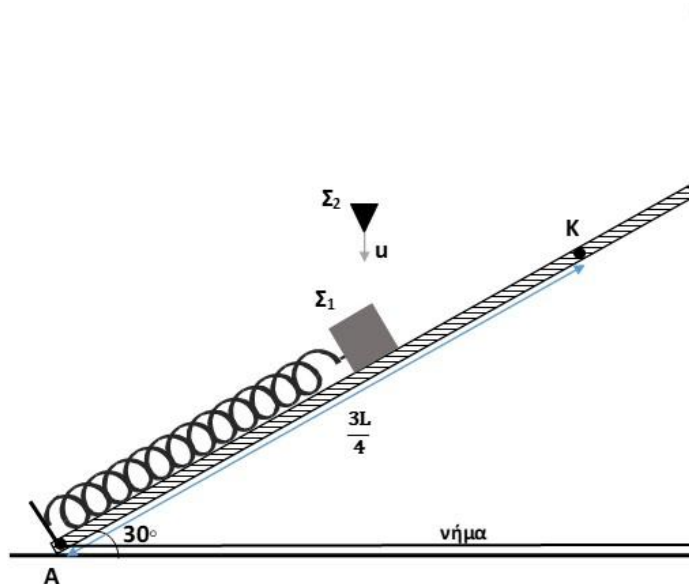
- Γ1.** Να βρείτε την φορά των μαγνητικών γραμμών και να υπολογίσετε την ένταση του μαγνητικού πεδίου.

Την χρονική στιγμή $t=0$ ανοίγουμε τον διακόπτη δ_1 και ταυτόχρονα ασκούμε στην ράβδο κατακόρυφη σταθερή δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω και μέτρο $F=40N$, με αποτέλεσμα ο αγωγός να αρχίσει να κινείται και αποκτά την οριακή του ταχύτητα αφού έχει διανύσει απόσταση $h=20m$

- Γ2.** Να βρείτε την οριακή ταχύτητα του αγωγού ΜΝ και την θερμότητα που εκλύεται από τους αντιστάτες μέχρι εκείνη την χρονική στιγμή.
- Γ3.** Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής την κινητικής ενέργειας της ράβδου την χρονική στιγμή που η ταχύτητα της είναι $u=u_{op}/2$.
- Γ4.** Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής της ράβδου όταν ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητά από τον αντιστάτη R_1 είναι $10J/s$.

ΘΕΜΑ Δ

Η μη ομογενής λεία ράβδος του σχήματος, βάρους $w = 50 \text{ N}$ και μήκους $L = 6 \text{ m}$ στηρίζεται σε λείο κατακόρυφο τοίχο και σε λείο δάπεδο. Το κάτω άκρο της ράβδου συνδέεται με τον κατακόρυφο τοίχο με τη βοήθεια νήματος όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, ενώ σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο δάπεδο.



Το κέντρο μάζας K της ράβδου βρίσκεται σε απόσταση $3L/4$ από το κατώτερο άκρο της A . Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ προσαρτάται στην πάνω άκρη ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 100 \text{ N/m}$, η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη. Το σύστημα ελατήριο-σώμα-ράβδος ισορροπεί με τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 να βρίσκεται σε απόσταση $L/2$ από το άκρο A της ράβδου.

Δ1. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$, που κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m_1 και το συσσωμάτωμα ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 , ελάχιστη πριν την κρούση ήταν $u = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$.

Δ2. Να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του. Να θεωρήσετε θετική φορά, την αρχική φορά κίνησης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Την χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα φτάνει στην άνω ακραία θέση του, το νήμα οριακά δεν σπάει.

Δ3. Να υπολογίσετε το όριο θραύσης του νήματος.

Δ4. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον τοίχο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμονομημένους άξονες.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. β, A2. γ, A3. α, A4. α, A5. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1) Σωστή απάντηση είναι η (i).
Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα x'x:

$$p_{\text{αρχ},x} = p_{\text{τελ},x} \Rightarrow m_1 u_1 = m_1 u_1' \cos \theta + m_2 u_2' \cos \theta \Rightarrow m u_1 = m u_1' \frac{\sqrt{3}}{2} + 2m u_2' \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} u_1' + \sqrt{3} u_2' \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. στον άξονα y'y:

$$p_{\text{αρχ},y} = p_{\text{τελ},y} \Rightarrow 0 = m_1 u_1' \eta \mu \theta - m_2 u_2' \eta \mu \theta \Rightarrow 0 = m u_1' \frac{1}{2} - 2m u_2' \frac{1}{2} \Rightarrow u_1' = 2u_2' \quad (2)$$

Η (1) λόγω της (2) γράφεται: $u_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} 2u_2' + \sqrt{3} u_2' \Rightarrow u_1 = 2\sqrt{3} u_2'$

Ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 u_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1'^2} = \frac{2m u_2'^2}{m (2\sqrt{3} u_2')^2} = \frac{2u_2'^2}{12u_2'^2} = \frac{1}{6}$$

B2) Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Επειδή το καρούλι εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση, η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του καρουλιού είναι: $u_{\text{cm}} = \omega r$.

Στο σχήμα φαίνονται τα σημεία Α και Β και οι ταχύτητές τους. Η γωνία μεταξύ μεταφορικής και γραμμικής ταχύτητας είναι $\phi = 60^\circ$ και για τα δύο σημεία. Η γραμμική ταχύτητα του Α είναι:

$$u_{\text{γρ}(A)} = \omega R = 2\omega r \quad \text{δηλαδή} \quad u_{\text{γρ}(A)} = 2u_{\text{cm}}$$

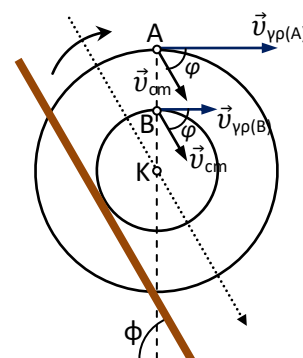
Έτσι λοιπόν:

$$u_A = \sqrt{u_{\text{cm}}^2 + u_{\text{γρ}(A)}^2 + 2u_{\text{cm}} u_{\text{γρ}(A)} \cos \phi} = \sqrt{u_{\text{cm}}^2 + 4u_{\text{cm}}^2 + 4u_{\text{cm}}^2 \frac{1}{2}} \Rightarrow u_A = u_{\text{cm}} \sqrt{7}$$

Ομοίως, η γραμμική ταχύτητα του Β είναι:

$$u_{\text{γρ}(B)} = \omega r \quad \text{δηλαδή} \quad u_{\text{γρ}(B)} = u_{\text{cm}}$$

$$\text{και } u_B = \sqrt{u_{\text{cm}}^2 + u_{\text{γρ}(B)}^2 + 2u_{\text{cm}} u_{\text{γρ}(B)} \cos \phi} = \sqrt{u_{\text{cm}}^2 + u_{\text{cm}}^2 + 2u_{\text{cm}}^2 \frac{1}{2}} \Rightarrow u_B = u_{\text{cm}} \sqrt{3}$$



Αρα τελικά: $\frac{u_A}{u_B} = \frac{u_{cm} \sqrt{7}}{u_{cm} \sqrt{3}} \Rightarrow \frac{u_A}{u_B} = \sqrt{\frac{7}{3}}$

B3) Σωστή απάντηση είναι η (i).

Από εξίσωση συνέχειας για τα τμήματα A και B: $A_1 u_1 = A_2 u_2 \Rightarrow A_1 u_1 = 2 A_1 u_2 \Rightarrow u_2 = 2 u_1$

Από εξίσωση Bernoulli για μια οριζόντια ρευματική γραμμή που διέρχεται από τα σημεία 1 και 2:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + 4 \frac{1}{2} \rho u_1^2$$

Αλλά $p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$ και $p_2 = p_{atm} + \rho g h_2$ ή $p_2 = p_{atm} + 0,36 \rho g h_1$

οπότε η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_{atm} + 0,36 \rho g h_1 + \frac{4}{2} \rho u_1^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{\frac{2g0,64h_1}{3}} \Rightarrow u_1 = 0,8 \sqrt{\frac{2gh_1}{3}} \quad (1)$$

Αν η ταχύτητα ροής u_2 αυξάνεται, η πίεση p_2 μειώνεται και το ύψος h_2 μειώνεται επίσης. Η οριακή περίπτωση είναι όταν το h_2 μηδενίζεται και η p_2 γίνεται ίση με την p_{atm} . Αν η p_2 γίνει μικρότερη από την p_{atm} , τότε αέρας εισέρχεται στο ροόμετρο μέσω του 2ου σωλήνα.

Επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία και έχουμε:

Από εξίσωση συνέχειας $u'_2 = 2u'_1$, όπου u'_2 και u'_1 οι νέες ταχύτητες στα τμήματα A και B.

Οι πιέσεις στα σημεία (1) και (2) είναι τώρα $p'_1 = p_1 = p_{atm} + \rho g h_1$ και $p'_2 = p_{atm}$ οπότε η εξίσωση Bernoulli μας δίνει:

$$p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho u_1'^2 = p_{atm} + \frac{4}{2} \rho u_1'^2 \Rightarrow u'_1 = \sqrt{\frac{2gh_1}{3}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) παρατηρούμε ότι: $u_1 = 0,8 u'_1$.

Συνεπώς το ποσοστό μεταβολής της ταχύτητας στο τμήμα A είναι:

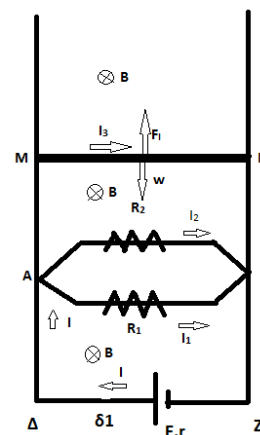
$$\pi\% = \frac{u'_1 - u_1}{u_1} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{u'_1 - 0,8u'_1}{0,8u'_1} \cdot 100\% \Rightarrow \pi\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Οι αντιστάσεις R_1, R_2, R είναι συνδεδεμένες παράλληλα άρα

$$\frac{1}{R_{\varepsilon\varsigma}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\varepsilon\varsigma} = 3\Omega$$

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι: $R_{ολ} = R_{\varepsilon\varsigma} + r = 6\Omega$, οπότε το ρεύμα της πηγής είναι:



$$I = \frac{E}{R_{ολ}} = 10A$$

Η πολική τάση είναι: $V_{\pi} = E - Ir = 30V$,

ενώ το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό MN είναι: $I_3 = \frac{V_{\pi}}{R} = 5A$

Ο αγωγός MN ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = w \Rightarrow BI_3 l = mg \Rightarrow B = 4T$$

Και συμφωνα με το κανονα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού οι μαγνητικές γραμμές έχουν φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα.

Γ2) Αφού η δύναμη που ασκούμε είναι μεγαλύτερη από το βάρος, την χρονική στιγμή $t=0$ η ράβδος ξεκινά κινείται προς τα πάνω. Η μαγνητική ροή μεταβάλλεται άρα από τον νόμο του Faraday εμφανίζεται επαγωγική τάση στα άκρα της, με το ρεύμα να έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στο αίτιο που το προκαλεί (κανόνας του Lenz)

$$E_{\epsilon\eta} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| \frac{B \cdot dx \cdot \ell}{dt} \right| = Bu\ell$$

Οριακή ταχύτητα αποκτά η ράβδος όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που τις ακούονται μηδενίζεται.

Η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι τώρα: $R'_{ολ} = R_{1,2} + R = 12\Omega$

ενώ το ρεύμα της πηγής είναι:

$$I = \frac{E}{R'_{ολ}} = \frac{Bu\ell}{R'_{ολ}}$$

Η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός είναι: $F_L = BI\ell = \frac{B^2 u \ell^2}{R'_{ολ}}$

Συνεπώς: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L + w = F \Rightarrow \frac{B^2 u \ell^2}{R'_{ολ}} + mg = F \Rightarrow u_{op} = 15m/s$

Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής την κινητικής ενέργειας της ράβδου από την $t=0$ μέχρι την θέση που αποκτά οριακή ταχύτητα βρίσκουμε ότι:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w + W_F + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2} m u_{op}^2 - 0 = -mgh + Fh + W_{F_L} \Rightarrow W_{F_L} = -175J$$

Αλλά: $Q = |W_{F_L}| = 175J$

Γ3) Ισχύει: $\frac{dK}{dt} = \frac{d\Sigma W}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dx \cdot \cos\varphi}{dt} = \Sigma F \cdot u = (F - mg - F_L)u = 75J/s$

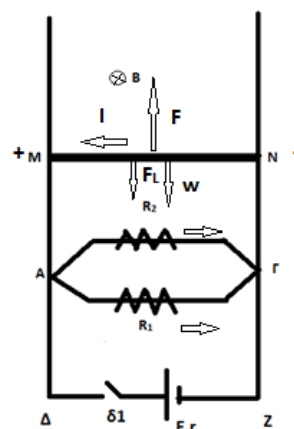
Γ4) Για τον ρυθμό με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τον αντιστάτη R_1 έχουμε:

$$P_1 = I_1^2 R_1 \Rightarrow I_1 = 1A$$

Η τάση στα άκρα της R_1 είναι: $V_1 = I_1 R_1 = 10V = V_2$, όπου V_2 η τάση στα άκρα της R_2 .

Αλλά: $V_2 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3}A$

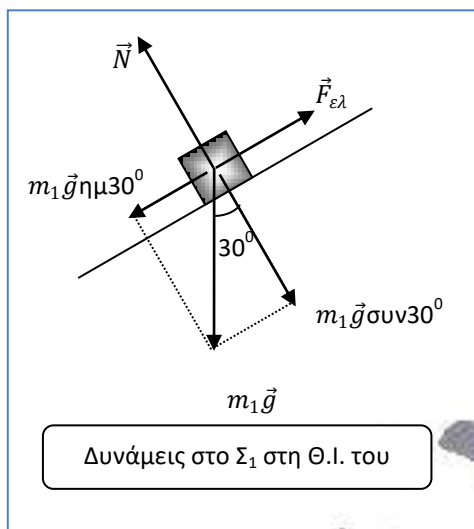
Συνεπώς θα είναι: $I = I_1 + I_2 = \frac{5}{3}A$



Άρα ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι: $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = F - mg - F_L = F - mg - Blv = \frac{40}{3} \text{ N}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. Η $\vec{N}'$ είναι η δύναμη που ασκεί το Σ_1 στη ράβδο. Αυτή είναι η αντίδραση της $\vec{N}$ που δέχεται το Σ_1 από τη ράβδο. Από την ισορροπία του Σ_1 στον άξονα $y'y$ έχουμε:



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m_1 g \sin 30^\circ \Rightarrow N = 5\sqrt{3} \text{ N}$, οπότε και $N' = 5\sqrt{3} \text{ N}$.

Για την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_B L \sin 30^\circ - w \frac{3L}{4} \sin 30^\circ - N' \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow F_B = 42,5\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T + N' \sin 30^\circ - F_B = 0 \Rightarrow T = 40\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - w - N' \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N_A = 57,5 \text{ N}$$

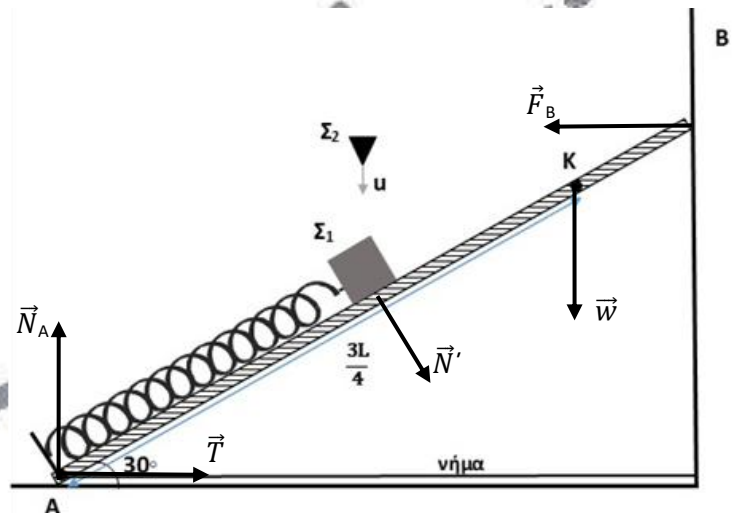
Δ2) Για την πλαστική κρούση εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. στον άξονα $x'x$:

$$m_2 u \sin 30^\circ = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{m_2 u \sin 30^\circ}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}$$

Στην αρχική Θ.Ι. του Σ_1 : $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow k \Delta \ell_1 = m_1 g \sin 30^\circ \Rightarrow \Delta \ell_1 = 0,05 \text{ m}$.

Μετά την κρούση, στη Θ.Ι. της ταλάντωσης του συσσωματώματος ισχύει:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow k \Delta \ell_2 = (m_1 + m_2) g \sin 30^\circ \Rightarrow \Delta \ell_2 = 0,2 \text{ m}$.



Στη θέση έναρξης της ταλάντωσης του συσσωματώματος, αυτό απέχει κατά:

$|x_0| = \Delta l_2 - \Delta l_1 \Rightarrow |x_0| = 0,15 \text{ m}$ από τη θέση ισορροπίας του. Από Α.Δ.Ε.Τ. στη θέση αυτή:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)V^2}{k} + x_0^2} \Rightarrow A = 0,3 \text{ m}$$

$$\text{Ακόμα ισχύει: } k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Την $t=0$ η απομάκρυνση είναι $x_0 = -0,15 \text{ m}$, ενώ $v > 0$.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow{t=0} -0,15 = 0,3\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \text{ η οποία μας δίνει τις λύσεις:}$$

$$\begin{cases} \phi_0 = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=1} \phi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad} \\ \phi_0 = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \phi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$$

Αλλά πρέπει για $t=0$ να είναι $v > 0$ δηλαδή πρέπει $\sin\phi_0 > 0$, οπότε κρατάμε τη λύση $\phi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad}$.

$$\text{Τελικά η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: } x = 0,3\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

Δ3) Όταν το συσσωμάτωμα βρεθεί στην πάνω ακραία θέση του, το νήμα οριακά δεν σπάει οπότε η τάση του νήματος εκείνη τη στιγμή ισούται με το όριο θραύσης $T_{\theta p}$ του νήματος. Από την ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A = 57,5 \text{ N}, \text{ όπως και προηγουμένως.}$$

$$\Sigma \tau_{(B)} = 0 \Rightarrow T_{\theta p} L \eta\mu 30^\circ + w \frac{L}{4} \sigma\upsilon\nu 30^\circ + N' \left[\frac{L}{2} - (A - x_0) \right] - N_A L \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0 \Rightarrow T_{\theta p} = 40,25\sqrt{3} \text{ N}$$

Δ4) Έστω ότι κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x από τη Θ.Ι. του. Για την ισορροπία της ράβδου εκείνη τη στιγμή:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_B L \eta\mu 30^\circ - w \frac{3L}{4} \sigma\upsilon\nu 30^\circ - N' \left(\frac{L}{2} - x_0 - x \right) = 0$$

Αντικαθιστώντας τα νούμερα και θέτοντας

$$x = 0,3\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right) \text{ καταλήγουμε στη χρονική}$$

εξίσωση της $\vec{F}_B$, που είναι η:

$$F_B = 42,25\sqrt{3} - 0,5\sqrt{3}\eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται αυτή η εξίσωση.

