

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ-ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΦ' ΟΛΗΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να επιλέξετε τη σωστή απάντηση να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

A1. Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_A > m_B$ έχουν ορμές ίδιου μέτρου. Για τις κινητικές τους ενέργειες ισχύει:

α) $K_A < K_B$

β) $K_A > K_B$

γ) $K_A = K_B$

δ) $K_A = 2K_B$

Μονάδες 5

A2. Για το έργο της δύναμης απόσβεσης σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ισχύει ότι:

α) Είναι θετικό αν το ταλαντούμενο σώμα κινείται προς την θετική κατεύθυνση

β) Είναι πάντα αρνητικό

γ) Είναι πάντα θετικό

δ) Σε κάποια τμήματα της διαδρομής είναι θετικό και σε άλλα αρνητικό.

Μονάδες 5

A3. Μηχανικό σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, με εξίσωση απομάκρυνσης $x=0,1\sin 20t$ (S.I). Ελαττώνοντας συνεχώς την περίοδο του διεγέρτη διαπιστώνουμε ότι το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ελαττώνεται και αυτό συνεχώς. Αν η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι $D=1000\text{N/m}$, ποια από τις παρακάτω είναι μια δυνατή τιμή της μάζας του;

α) 0,5kg

β) 1kg

γ) 2kg

δ) 4kg

Μονάδες 5

A4. Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις πραγματοποιούνται γύρω από το ίδιο σημείο, έχουν την ίδια διεύθυνση και συχνότητα, και πλάτη A_1 και A_2 . Αν οι ταλαντώσεις αυτές παρουσιάζουν διαφορά φάσης 180° , τότε το πλάτος Α της σύνθετης ταλάντωσης που προκύπτει από τη σύνθεσή τους είναι:

α) $A=A_1+A_2$

β) $A=|A_1-A_2|$

γ) $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}$

δ) $A=\sqrt{A_1^2-A_2^2}$

Μονάδες 5

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.
- β)** Κατά την κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών, οι οποίες έχουν ίσες μάζες, οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες αλλά όχι κινητικές ενέργειες.
- γ)** Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή (24h) διότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
- δ)** Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ίδια ως προς οποιονδήποτε άξονα περιστροφής.
- ε)** Σε φθίνουσα μηχανική ταλάντωση, της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο, για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης, η περίοδος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου αυξάνεται.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Συνθέτουμε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν εξισώσεις:

$$x_1 = 4\eta\mu(2\pi t + \pi/6) \quad \text{και} \quad x_2 = 4\eta\mu(2\pi t + \pi/2) \quad (\text{το } x \text{ σε cm το } t \text{ σε s})$$

Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

i. $x = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t + \pi/6)$ (το x σε cm το t σε s)

ii. $x = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t + \pi/3)$ (το x σε cm το t σε s)

iii. $x = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t - \pi/3)$ (το x σε cm το t σε s)

- Δίνονται: $\eta\mu\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

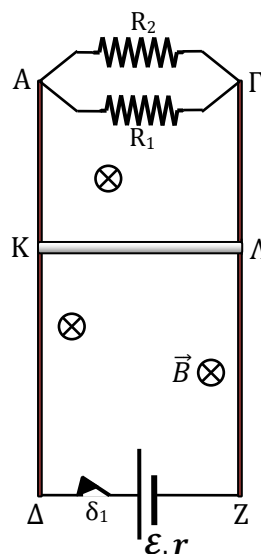
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

- B2.** Στη διάταξη του σχήματος ο ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ έχει μάζα, μήκος ℓ , ωμική αντίσταση R και ισορροπεί οριζόντιος με τα άκρα του σε επαφή με τα λεία κατακόρυφα σύρματα ΑΔ και ΓΖ μεγάλου μήκους και αμελητέας ωμικής αντίστασης. Η ηλεκτρική πηγή έχει ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση $r = \frac{R}{2}$, ενώ οι αντιστάτες R_1, R_2 έχουν αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 2R$. Ολόκληρη η διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο που έχει ένταση μέτρου B και μαγνητικές γραμμές κάθετες στον αγωγό ΚΛ, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Κάποια χρονική στιγμή ανοίγουμε το διακόπτη (δ) και ο αγωγός ΚΛ ξεκινά να κινείται. Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός είναι:

- i. $\frac{E}{B\ell}$ ii. $\frac{2E}{B\ell}$ iii. $\frac{4E}{B\ell}$

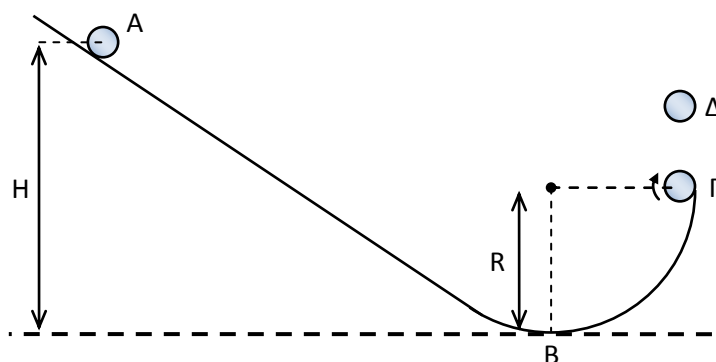
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

- B3.** Μια σφαίρα μάζας m και ακτίνας r αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί από το ανώτατο σημείο Α μιας ακλόνητης σιδηροτροχιάς και κατά τη διάρκεια της κίνησης σε αυτή κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Στο σημείο Α το κέντρο μάζας της σφαίρας βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το οριζόντιο επίπεδο που περνάει από τη βάση Β του κεκλιμένου επιπέδου. Αμέσως μετά το κεκλιμένο επίπεδο (σημείο Β), η σιδηροτροχιά έχει σχήμα τεταρτοκυκλίου (τμήμα ΒΓ) ακτίνας $R = \frac{H}{2}$. Στο σημείο Γ η σφαίρα εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο και κινούμενη κατακόρυφα φτάνει μέχρι το σημείο Δ.



Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Δ είναι:

- i. 0 ii. $\frac{2}{7}H$ iii. $\frac{1}{7}H$

Δίνεται:

- Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της:

$$I_{cm} = \frac{2}{5}mr^2.$$

- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

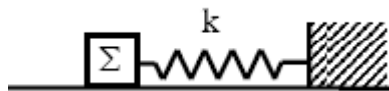
Μονάδες 2

- β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στο ένα άκρο οριζοντίου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100 \text{ N/m}$, είναι στερεωμένο σώμα μάζας Σ , $m_1=1\text{kg}$, ενώ το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος $A=0,2 \text{ m}$. Θεωρείστε θετική φορά προς τα δεξιά.



- Γ1.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος όταν διέρχεται από την θέση $x=A/2$.

Μονάδες 6

- Γ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής κινητικής ενέργειας όταν έχει ταχύτητα ταλάντωσης $u = u_{\max} \frac{\sqrt{2}}{2}$

Μονάδες 6

Μια χρονική στιγμή που διέρχεται από την θέση ισορροπίας κινούμενο προς τα αρνητικά, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$ που είναι ακίνητο.

- Γ3.** Να βρεθούν οι ταχύτητες των δυο σωμάτων μετά την κρούση.

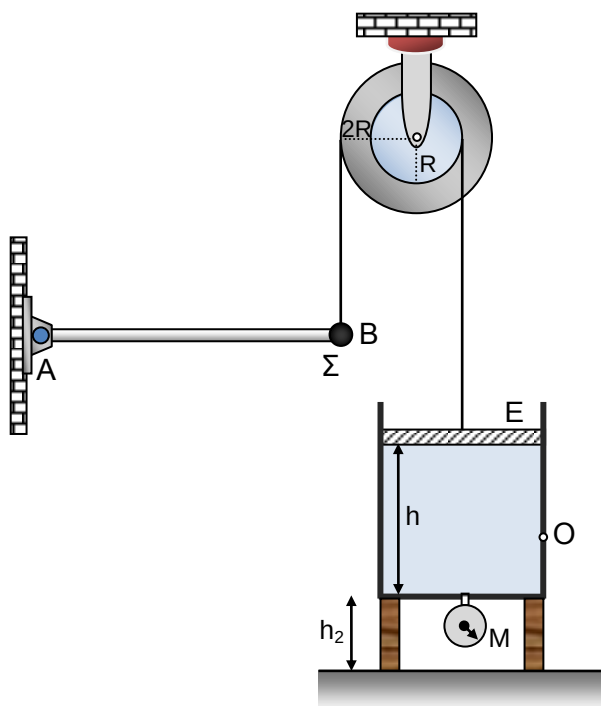
Μονάδες 6

- Γ4.** Να βρεθεί το νέο πλάτος της ταλάντωσης του m_1 .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος έχει εμβαδόν βάσης $A = 10^{-3} \text{ m}^2$ και περιέχει νερό μέχρι ύψος $h = 1 \text{ m}$. Το δοχείο φράσσεται με έμβολο E βάρους $w = 40 \text{ N}$, το οποίο είναι σε επαφή με το νερό και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στο κέντρο του εμβόλου E έχει συνδεθεί αβαρές κατακόρυφο νήμα, το οποίο στη συνέχεια τυλίγεται στον εσωτερικό δίσκο ακτίνας R ακλόνητης διπλής τροχαλίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στον μεγάλο δίσκο ακτίνας $2R$ της τροχαλίας έχει τυλιχτεί άλλο αβαρές νήμα, το οποίο συνδέει την τροχαλία με το άκρο B οριζόντιας ράβδου AB . Η ράβδος AB έχει μήκος $L = 1 \text{ m}$, μάζα $M_1 = 1 \text{ kg}$ και είναι στερεωμένη στο άκρο της A με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στο άκρο B της ράβδου έχει συνδεθεί μικρό σώμα Σ μάζας m . Αρχικά το σύστημα ισορροπεί και το μανόμετρο M στον πυθμένα του δοχείου καταγράφει πίεση $P = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.



- Δ1.** Να βρείτε τη μάζα m του σώματος Σ και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος AB από την άρθρωση.

Μονάδες 5

Κάποια στιγμή ανοίγουμε στο πλευρικό τοίχωμα του δοχείου, σε βάθος $h_1 = 0,45 \text{ m}$ κάτω από το έμβολο E , μια πάρα πολύ μικρή οπή O , εμβαδού $A_0 = 5 \text{ mm}^2$, από την οποία εκτινάσσεται το νερό οριζόντια στον αέρα. Το δοχείο είναι στερεωμένο ακλόνητα σε στηρίγματα σε ύψος $h_2 = 0,25 \text{ m}$ από το έδαφος.

- Δ2.** Να βρείτε το βεληνεκές της βολής του νερού, όταν πέφτει στο έδαφος. Να βρείτε επίσης τη μάζα του νερού που βρίσκεται στον αέρα ένα δευτερόλεπτο μετά το άνοιγμα της οπής.

Μονάδες 5

Κόβουμε ταυτόχρονα και τα δύο νήματα.

- Δ3.** Να βρείτε πόσο θα μετατοπιστεί το σημείο πρόσκρουσης της φλέβας νερού στο έδαφος.

Μονάδες 3

- Δ4.** Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου όταν αυτή έχει περιστραφεί κατά 60° σε σχέση με την αρχική οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

- Δ5.** Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί η ράβδος στο σώμα Σ, όταν γίνεται κατακόρυφη.

Μονάδες 6

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} M_1 L^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, η ατμοσφαιρική πίεση $P_{\text{ατμ}} = 10^5 \text{ Pa}$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$. Για τις πράξεις: $\sqrt{89} = 9,4$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. α

A2. β

A3. δ

A4. β

A5. α) Σ, β) Λ, γ) Λ, δ) Λ, ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B1. α) Σωστή είναι η πρόταση (ii).

β) Η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο αρμονικών ταλαντώσεων είναι

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Το πλάτος Α της σύνθετης ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση

$$\Delta\varphi = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1 + A_2\cos\Delta\varphi} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$x = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = 4\sqrt{3}\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3}), x \text{ σε cm } t \text{ σε s.}$$

B2. α) Σωστή είναι η πρόταση (i).

β)

- Αρχικά, με τον (δ) κλειστό:

$$\text{Το εξωτερικό κύκλωμα έχει αντίσταση: } \frac{1}{R_{\varepsilon\xi}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{\varepsilon\xi}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\varepsilon\xi} = \frac{R}{2}$$

$$\text{Το ρεύμα της πηγής είναι: } I = \frac{E}{R_{\varepsilon\xi} + r} \Rightarrow I = \frac{E}{\frac{R}{2} + \frac{R}{2}} \Rightarrow I = \frac{E}{R}$$

Η τάση $V_{\text{ΚΛ}}$ στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι: $V_{\text{ΚΛ}} = I \cdot R_{\text{εξ}} \Rightarrow V_{\text{ΚΛ}} = \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow V_{\text{ΚΛ}} = \frac{E}{2}$,

και το ρεύμα $I_{\text{ΚΛ}}$ που τον διαρρέει είναι: $I_{\text{ΚΛ}} = \frac{V_{\text{ΚΛ}}}{R} \Rightarrow I_{\text{ΚΛ}} = \frac{E}{2R}$

Ο ΚΛ ισορροπεί: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = mg \Rightarrow BI_{\text{ΚΛ}}\ell = mg \Rightarrow \frac{BE\ell}{2R} = mg \quad (1)$

- Μετά το άνοιγμα του (δ):

Η πηγή βγαίνει εκτός κυκλώματος και ο αγωγός αρχίζει να κινείται προς τα κάτω. Καθώς κινείται, εμφανίζεται ΗΕΔ από επαγωγή $E_{\text{επ}} = Bv\ell$. Το επαγωγικό ρεύμα στο κλειστό κύκλωμα ΚΓΛΚ θα είναι:

$I_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{1,2} + R} \Rightarrow I_{\text{επ}} = \frac{Bv\ell}{R_{1,2} + R}$ όπου $R_{1,2}$ η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος που αποτελείται πλέον από τους, παράλληλα συνδεδεμένους, αντιστάτες R_1 και R_2 .

Αλλά $R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} \Rightarrow R_{1,2} = R$

Συνεπώς: $I_{\text{επ}} = \frac{Bv\ell}{R + R} \Rightarrow I_{\text{επ}} = \frac{Bv\ell}{2R}$

Στον αγωγό ΚΛ θα ασκείται δύναμη Laplace $\vec{F}_L$, η οποία, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, αντιτίθεται στην κίνηση του αγωγού. Το μέτρο της υπολογίζεται από τη σχέση:

$F_L = BI_{\text{επ}}\ell \Rightarrow F_L = B \frac{Bv\ell}{2R} \ell \Rightarrow F_L = \frac{B^2 v \ell^2}{2R} \quad (2)$

Η κίνηση του αγωγού είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που μειώνεται κατά μέτρο. Όταν αυτή μηδενιστεί δηλ. όταν $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$, τότε ο αγωγός αποκτά τη μέγιστη (οριακή) ταχύτητα. Άρα:

$\Sigma F = mg - F_L = 0 \xrightarrow{(2)} \frac{B^2 v_{\text{op}} \ell^2}{2R} = mg$

Λόγω της (1) όμως, η σχέση αυτή δίνει: $\frac{B^2 v_{\text{op}} \ell^2}{2R} = \frac{BE\ell}{2R} \Rightarrow v_{\text{op}} = \frac{E}{B\ell}$

B3. α) Σωστή είναι η πρόταση (iii).

β) Σύμφωνα με την Α.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α και Γ:

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + mgH = mgR + \frac{1}{2}mv_{cm\Gamma}^2 + \frac{1}{2}I_{cm}\omega_\Gamma^2 \Rightarrow mgH = mg\frac{H}{2} + \frac{1}{2}mv_{cm\Gamma}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \frac{v_{cm\Gamma}^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg\frac{H}{2} = \frac{7}{10}mv_{cm\Gamma}^2 \Rightarrow v_{cm\Gamma}^2 = \frac{5}{7}gH \quad (1)$$

Κατά την κίνηση $\Gamma \rightarrow \Delta$, για τη σφαίρα ισχύει $\Sigma\tau_{cm} = 0$ οπότε η στροφική κίνηση γίνεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με την ω_Γ . Συνεπώς για τη στροφική κινητική ενέργεια σε αυτές τις θέσεις έχουμε: $K_{στ\Gamma} = K_{στ\Delta}$.

$$\text{Αλλά } K_{στ\Gamma} = \frac{1}{2}I_{cm}\omega_\Gamma^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega_\Gamma^2 = \frac{1}{5}mv_{cm\Gamma}^2$$

$$\text{ή λόγω της (1): } K_{στ\Gamma} = \frac{1}{7}mgH = K_{στ\Delta}$$

Επιπλέον, κατά την κίνηση $\Gamma \rightarrow \Delta$, η μεταφορική κίνηση της σφαίρας είναι ομαλά επιβραδυνόμενη και έχουμε $v_{cm\Delta} = 0$. Αν ονομάσουμε h_Δ το ύψος που βρίσκεται το κέντρο μάζας της σφαίρας στο Δ , τότε σύμφωνα με την Α.Δ.Μ.Ε. για τις θέσεις Α και Δ:

$$K_A + U_A = K_\Delta + U_\Delta \Rightarrow 0 + mgH = K_{στ\Delta} + mgh_\Delta \Rightarrow mgH = \frac{1}{7}mgH + mgh_\Delta \Rightarrow H - h_\Delta = \frac{H}{7}$$

Το αποτέλεσμα αυτό εκφράζει την υψομετρική διαφορά των θέσεων Α και Δ.

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1) \frac{dp}{dt} = -Dx = -10N$$

$\Gamma 2)$ Α.Δ.Ε.Τ.:

$$E = K + U \Rightarrow x = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d\Sigma W}{dt} = \frac{\Sigma F dx}{dt} = -Dxu \Rightarrow \left| \frac{dK}{dt} \right| = 20J/s$$

$$\Gamma 3) u_{\max} = A\omega = 2m/s$$

$$u'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 = 1m/s$$

$$u'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} u_1 = -1m/s$$

Γ4) Α.Δ.Ε.Τ.:

$$E = K + U \rightarrow \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \rightarrow A = 0,1 \frac{\sqrt{2}}{2} m$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Η πίεση που καταγράφει το μανόμετρο είναι:

$$P = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{w - T_1}{A} + \rho gh \Rightarrow T_1 = 20 N$$

Για την ισορροπία της τροχαλίας:

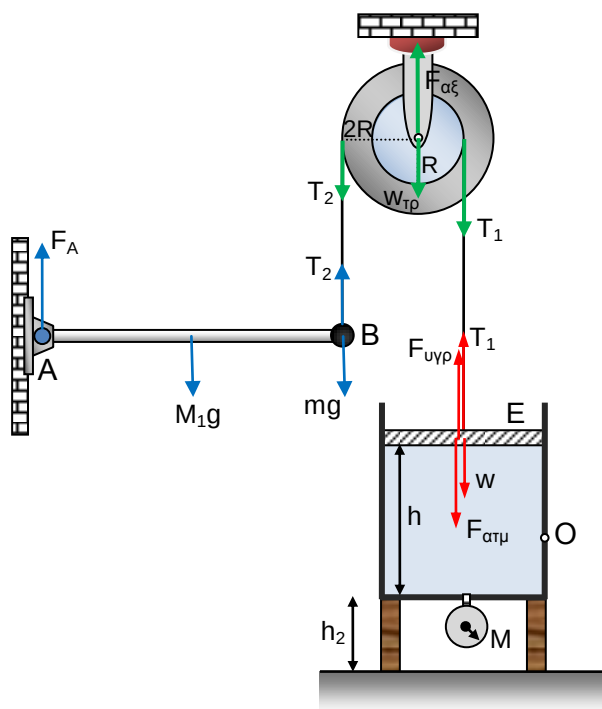
$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T_1 R - T_2 2R = 0 \Rightarrow T_2 = 10 N$$

Για την ισορροπία της ράβδου:

$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow mgL - T_2 L + M_1 g \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow m = 0,5 kg$$

Επίσης για τη ράβδο:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_A + T_2 - M_1 g - mg = 0 \Rightarrow F_A = 5 N$$



Δ2) Εξίσωση Bernoulli (έμβολο $\rightarrow$ οπή):

$$P_E + \rho gh_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow P_{\alpha\tau\mu} + \frac{w - T_1}{A} + \rho gh_1 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow v = 7 m/s$$

Για την οριζόντια βολή:

$$h_2 + h - h_1 = \frac{1}{2} gt^2 \Rightarrow t = 0,4 s$$

Το βεληνεκές είναι: $S = v \cdot t \Rightarrow S = 2,8 m$.

Η μάζα Δm του νερού που βρίσκεται στον αέρα βγήκε από την τρύπα μέσα σε χρόνο $\Delta t = 0,4 s$, όσος είναι ο χρόνος που πραγματοποιείται η οριζόντια βολή. Η παροχή της οπής είναι:

$$\Pi_o = A_o v = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 7 = 35 \cdot 10^{-6} m^3/s$$

$$\text{Ακόμη είναι: } \Pi_o = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Pi_o = \frac{\Delta m}{\rho \cdot \Delta t} \Rightarrow \Delta m = \Pi_o \rho \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta m = 14 \cdot 10^{-3} kg$$

Δ3) Εξίσωση Bernoulli (έμβολο $\rightarrow$ οπή):

$$P_E' + \rho gh_1 = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \rho v'^2 \Rightarrow P_{ατμ} + \frac{W}{A} + \rho gh_1 = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \rho v'^2 \Rightarrow v' = \sqrt{89} \Rightarrow v' = 9,4 \text{ m/s}$$

Το νέο βεληνεκές είναι: $S' = v' \cdot t \Rightarrow S' = 3,76 \text{ m}$

Η μετατόπιση των σημείων πρόσκρουσης της φλέβας του υγρού είναι:

$$\Delta S = S' - S \Rightarrow \Delta S = 0,96 \text{ m}$$

Δ4) Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος-σώμα Σ ως προς τον άξονα που διέρχεται από την άρθρωση στο Α είναι:

$$I = I_{\rho(A)} + I_{m(A)} \Rightarrow I = I_{cm} + M_1 \frac{L^2}{4} + mL^2 \Rightarrow I = \frac{1}{12} M_1 L^2 + M_1 \frac{L^2}{4} + mL^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} M_1 L^2 + mL^2 \Rightarrow I = \frac{5}{6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης όταν το σύστημα ράβδος-σώμα Σ έχει στραφεί κατά 60° :

$$\Sigma \tau_A = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow M_1 g \frac{L}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi + mgL \sigma\upsilon\nu\varphi = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 6 \text{ rad/s}^2$$

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι:

$$\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = I_\rho a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{1}{3} M_1 L^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = 2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Δ5) Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα ράβδος-σώμα Σ από την αρχική οριζόντια θέση μέχρι την τελική κατακόρυφη θέση:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{M_1g} + W_{mg} \Rightarrow \frac{1}{2} I \omega^2 - 0 = M_1 g \frac{L}{2} + mgL \Rightarrow \omega = \sqrt{24} \text{ rad/s}$$

Στην κατακόρυφη θέση, το σώμα Σ δέχεται το βάρος του και μια δύναμη $\vec{F}$ από τη ράβδο. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα Σ στην κατακόρυφη διεύθυνση δρα ως κεντρομόλος δύναμη:

$$\Sigma F = m a_\kappa \Rightarrow F - mg = m \omega^2 L \Rightarrow F = 17 \text{ N}$$